VII. Drgania Harmoniczne

VII.1.Wahadło matematyczne o długości l wykonuje małe drgania w polu grawitacyjnym ziemskim g. O jaką długość Δl należy zmienić długość wahadła, aby okres małych drgań wahadła nie zmienił się w windzie przyspieszającej w górę z przyspieszeniem a.

VII.2.Dla jednowymiarowego ruchu harmonicznego zaobserwowano położenie x_1 i prędkość v_1, a następnie położenie x_2 i prędkość v_2. Drgania odbywają się wokół położenia równowagi $x=0$. Należy wyznaczyć dla tych drgań amplitudę A i okres T.

VII.3.Walec o masie m i promieniu R przymocowany jest do ściany za pomocą sprężyny o współczynniku sprężystości k, w ten sposób, że wykonuje drgania harmoniczne tocząc się po poziomym stole. Należy wyznaczyć okres T drgań tego układu.

VII.4.Wyznaczyć okres T małych drgań kuli o masie m i promieniu r toczącej się wokół położenia równowagi w rynnie o przekroju sferycznym o promieniu R.

VII.5.Na poziomej powierzchni znajduje się klocek o masie M przymocowany sprężyną o współczynniku sprężystości k do pionowej ściany. W klocek uderza niesprężyście pocisk o masie m i prędkości v. Wyznaczyć okres T i amplitudę A powstałych drgań harmonicznych.

VII.6.Drgania harmoniczne tłumione dane są jako $x(t)=7e^{-3t}\cos(4t+0.3\pi)$. Należy wyznaczyć masę m drgającego obiektu, wiedząc, że współczynnik sprężystości $k=2$. Ile razy n okres drgań tłumionych T jest dłuższy od okresu drgań nietłumionych T_0 ?

VII.7. Dla ruchu harmonicznego tłumionego $x(t)=A_0\exp(-\beta t)\sin(\omega t+\phi)$ wyznaczyć maksymalne wychylenia A_n i czasy t_n, w których występują, $n=0,1,2,\ldots$

VII.8.Korzystając ze wzoru na amplitudę drgań wymuszonych $A(\omega)=F_0 m^{-1}[(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2]^{-1/2}$ wyznaczyć częstość rezonansową ω_R i wartość maksymalną $A_{max}=A(\omega_R)$.

VII.9.Wyznaczyć trajektorię drgań złożonych z drgań harmonicznych prostopadłych : $x(t)=\sin(t)$, $y(t)=\cos(2t)$.

VII.10.Przez środek planety przewiercono tunel do którego wrzucono kamień. Po jakim czasie T kamień wróci do położenia początkowego? Masa planety jest M a jej promień R.

VII.11.Ciało wykonuje drgania harmoniczne tłumione dane jako $x(t)=A_0\exp(-\beta t)\sin(\omega t)$. Wyznaczyć drogę s_n pokonaną przez ciało od chwili $t=0$ do chwili $t=nT=\frac{2\pi n}{\omega}$, $n=1,2,\ldots$ .Ponadto znaleźć drogę pokonywaną do chwili zatrzymania tzn. $s=\lim_{n\to+\infty} s_n$.